التـمـريـن الأوّل (4 نقاط)

أجب بصواب أو خطأ:

1) $ABCD$ شبه منحرف قاعدتاه $[AB]$ و $[CD]$ حيث E منتصف $[AD]$ و F منتصف $[CB]$. إذا كان $AB=\sqrt{8}$ و $EF=3\sqrt{2}$ فإنّ $CD=5\sqrt{2}$ ....خطأ.........

2) مربّع قيس مساحته $2cm^2$ إذن قيس محيطه $\sqrt{32}cm$ ..صحيح..........

3) $3\sqrt{3}^{-3}=\sqrt{3}^{-1}$ ....

4) العدد $327135\times 27+27$ يقبل القسمة على 12 ..صحيح.........

التـمـريـن الثاني (5 نقاط)

نعتبر العددين $a=2+\sqrt{3}$ و $b=\dfrac{\sqrt{10}\left(7-4\sqrt{3}\right)}{2-\sqrt{3}}$

$(a\times b)^2=a^2\times b^2$

$(a+b)^2 \neq a^2+b^2$

$(a-b)^2 \neq a^2-b^2$

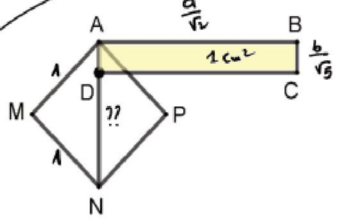
$\left(\frac{a}{b}\right)^2=\frac{a^2}{b^2}$

1) أ) احسب $\left(2-\sqrt{3}\right)^2=$ $(2-\sqrt{3})(2-\sqrt{3})$

ب) استنتج أنّ $b=\sqrt{10}\left(2-\sqrt{3}\right)$

ج) بيّن أنّ $ab=\sqrt{10}$

2) يمثّل الرسم التالي مستطيلا $ABCD$ و مربعا $AMNP$ لهما نفس قيس المساحة.



إذا علمت أنّ $AB=a\sqrt{2}^{-1}$ و $BC=b\sqrt{5}^{-1}$ و $D\in[AN]$. $AB=\frac{a}{\sqrt{2}}$ $=\frac{b}{\sqrt{5}}$

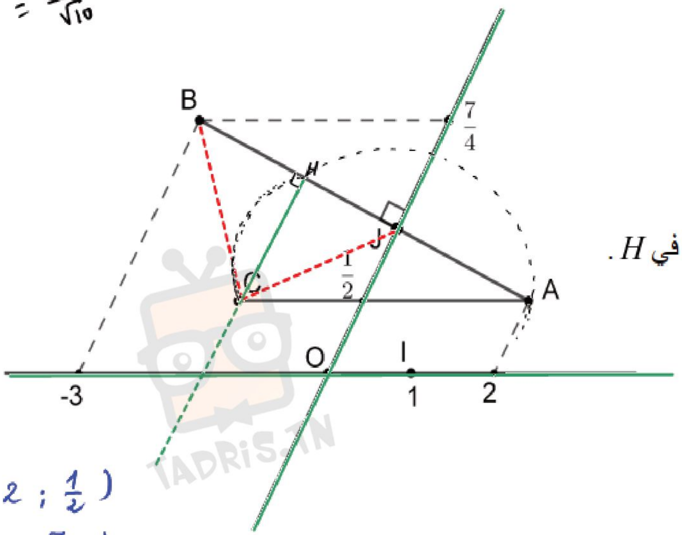
بيّن أنّ $DN=\sqrt{6}-\sqrt{2}$

$\frac{a}{\sqrt{2}}\times\frac{b}{\sqrt{5}}=\frac{ab}{\sqrt{10}}$
$=\frac{\sqrt{10}}{\sqrt{10}}=1$

التـمـريـن الثالث (4 نقاط)

يمثل الرسم المصاحب معيّنا (O,I,J) في المستوي بحيث

$(OI)//(AC)$ و $(AB)\perp(OJ)$ و $CB=CJ$



1) حدد إحداثيات النقطتين A و B في المعين (O,I,J)

2) ارسم الدائرة $\mathscr{C}$ التي قطرها $[AC]$. $\mathscr{C}$ تقطع $[AB]$ ثانية في H .

بيّن أنّ $(CH)//(OJ)$

3) أ) بيّن أنّ H منتصف $[JB]$

ب) احسب إحداثيات H في المعين (O,I,J)

ج) استنتج إحداثيات النقطة C في المعين (O,I,J)

$A\left(2\ ;\ \frac{1}{2}\right)$

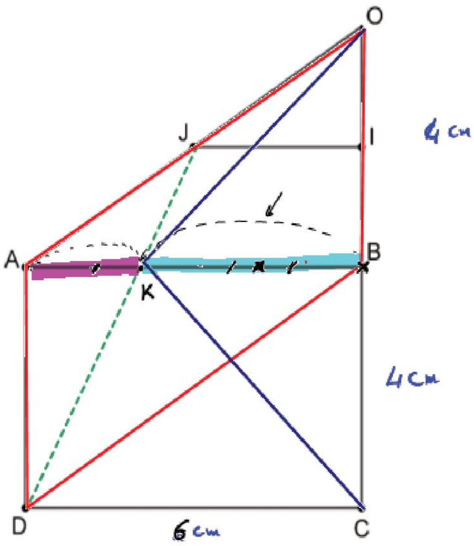
$B\left(-3\ ;\ \frac{7}{4}\right)$

التـمـريـن الرابع (7 نقاط)

يمثل الرسم المصاحب مستطيلا $ABCD$ و O مناظرة C بالنسبة إلى B

و $BC=4cm$ و $AB=6cm$

بحيث I و J منتصفي $[OB]$ و $[OA]$ على التوالي.



$AJ=\frac{1}{2}AO$

$\frac{AJ}{BD}=\frac{1}{2}\frac{BD}{BD}$

$\frac{AJ}{BD}=\frac{1}{2}$

$AK=\frac{1}{2}KB$

$AK=\frac{1}{3}AB$

$KB=\frac{2}{3}AB$

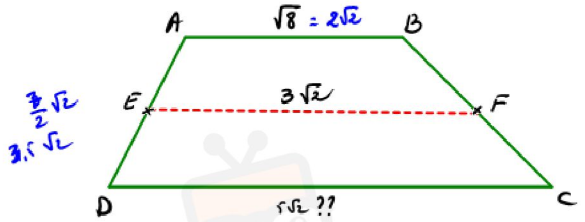
1) بيّن أنّ $(IJ)//(AB)$

2) (DJ) يقطع (AB) في K

أ) بيّن أنّ الرباعي $OBDA$ متوازي الأضلاع

ب) استنتج أنّ $\dfrac{KA}{KB}=\dfrac{1}{2}$ ج) بيّن أنّ $KB=\dfrac{2}{3}AB$

3) بيّن أنّ $(OK)\perp(CK)$



تمرين 1

في شبه المنحرف طول القطعة الرابطة بين منتصفين تساوي نصف مجموع القاعدتين.

1/ خطأ

$S = a^2 = 2.$

$a = \sqrt{2}$ أو $a = -\sqrt{2}$

بما أن a بعد $a > 0$

$a = \sqrt{2}$

$P = 4 \times a = 4 \times \sqrt{2} = 4\sqrt{2} = \sqrt{32}$

$= \sqrt{16}\sqrt{2} = \sqrt{32}.$

$$\begin{array}{r|l} 32 & 2 \\ 16 & 2 \\ 8 & 2 \\ 4 & 2 \\ 2 & 2 \\ 1 & \end{array}$$

$\sqrt{32} = \sqrt{2^2} \times \sqrt{2^2}\sqrt{2}$

$= 2 \times 2\sqrt{2}$

$= 4\sqrt{2}$

$ab + ac = a(b+c)$

$327135 \times 27 + 27 \times 1 =$

$27 \times (327135 + 1) =$

27×327136

بما أن 327136 يقبل القسمة على 4 إذن 27×327136 يقبل القسمة على 4

بما أن 27 يقبل القسمة على 3 إذن 27×327136 يقبل القسمة على 3

إذن يقبل القسمة على 12

تمرين 2

$(2-\sqrt{3})^2 = (2-\sqrt{3})(2-\sqrt{3}) = 2\times2 - 2\times\sqrt{3} - \sqrt{3}\times2 + \sqrt{3}\times\sqrt{3} = 4 - 2\sqrt{3} - 2\sqrt{3} + 3 = 7 - 4\sqrt{3}.$

$$b = \frac{\sqrt{10}(7-4\sqrt{3})}{2-\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{10}(2-\sqrt{3})\cancel{(2-\sqrt{3})}}{\cancel{2-\sqrt{3}}} = \sqrt{10}(2-\sqrt{3})$$

$xyz = y\,xz = z\,xy$

$5 \times 3 \times 4 = 60$

$3 \times 5 \times 4 = 60$

$ab = (2+\sqrt{3})\sqrt{10}(2-\sqrt{3}) = \sqrt{10}[(2+\sqrt{3})(2-\sqrt{3})]$

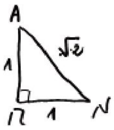
$= \sqrt{10}(4 - \cancel{2\sqrt{3}} + \cancel{2\sqrt{3}} - 3)$

$= \sqrt{10} \times 1$

$= \sqrt{10}$

2/ مساحة المستطيل ABCD : S_{ABCD}

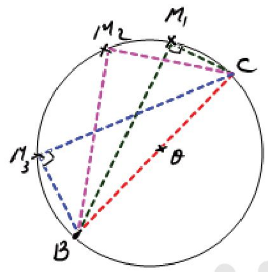
$S_{ABCD} = AB \times BC = \frac{a}{\sqrt{2}} \times \frac{b}{\sqrt{5}} = \frac{ab}{\sqrt{10}} = \frac{\sqrt{10}}{\sqrt{10}} = 1$



إذن! $S_{AMNP}=1$ ومنه طول ضلع المربع هو 1

$AN=\sqrt{2}$

$$DN = AN - AD$$
$$= AN - BC$$
$$= \sqrt{2} - \frac{b}{\sqrt{5}}$$
$$= \sqrt{2} - \frac{\sqrt{10}(2-\sqrt{3})}{\sqrt{5}}$$
$$= \sqrt{2} - \frac{\sqrt{2}\cancel{\sqrt{5}}(2-\sqrt{3})}{\cancel{\sqrt{5}}}$$
$$= \sqrt{2} - \sqrt{2}(2-\sqrt{3})$$
$$= \sqrt{2} - 2\sqrt{2} + \sqrt{6}.$$
$$= \sqrt{6} - \sqrt{2}$$



H تنتمي للدائرة $\mathcal{C}$ وقطرها $[AC]$ (H مخالفة لـ A ولـ C) إذن المثلث ACH قائم في H

ومنه $(CH)\perp(AB)$ ⎫ ومنه $(CH)//(OJ)$
لدينا $(OJ)\perp(AB)$ ⎭

3/ أ/ لدينا $CB=CJ$ إذن C تنتمي للموسط العمودي لـ$[BJ]$

ومنه الموسط العمودي لـ $[BJ]$ هو المستقيم العمودي $[BJ]$ والمار من C

إذن الموسط العمودي لـ$[BJ]$ هو (CH) وبما أن H تقاطع (CH) و $[BJ]$ إذن H منتصف $[BJ]$

$B(-3;\frac{7}{4})$ ، $J(0;1)$ ، H منتصف [BJ]

$H\left(\frac{x_B+x_J}{2};\frac{y_B+y_J}{2}\right)$

$H\left(\frac{-3+0}{2};\frac{\frac{7}{4}+1}{2}\right)$

$\frac{\frac{7}{4}+1}{2}=\frac{\frac{7}{4}+\frac{4}{4}}{2}=\frac{\frac{11}{4}}{\frac{2}{1}}=\frac{11}{4}\times\frac{1}{2}=\frac{11}{8}$.

$H\left(-\frac{3}{2};\frac{11}{8}\right)$

بما أن $(OJ)//(HC)$ إذن $x_C=x_H=-\frac{3}{2}$.

بما أن $(OI)//(AC)$ إذن $y_C=y_A=\frac{1}{2}$

$C\left(-\frac{3}{2};\frac{1}{2}\right)$

تمرين:

في المثلث OAB لدينا

J منتصف [OA] و I منتصف [OB] إذن $(IJ)//(AB)$ و $IJ=\frac{1}{2}AB$ $=\frac{1}{2}\times 4=2cm$.

O مناظرة C بالنسبة لـ B إذن $OB=BC$ و $O\in(BC)$

ABCD مستطيل $AD=BC$ و $OB=BC$ إذن $AD=OB$.

ABCD مستطيل إذن $(AD)//(BC)$ و $O\in(BC)$ إذن $(AD)//(OB)$

الرباعي OBDA له ضلعان متقابلان متوازيان ومتقايسان إذن OBDA متوازي الأضلاع.

ب/ بما أن OBDA متوازي الأضلاع إذن $(DB)//(OA)$

في المثلث KDB لدينا $A\in(KB)$ و $J\in(KD)$ و $(AJ)//(BD)$ إذن حسب نظرية طالس

$\frac{KA}{KB}=\frac{KJ}{KD}=\frac{AJ}{BD}$

$\frac{KA}{KB}=\frac{AJ}{BD}=\frac{1}{2}$.

J منتصف [AO] إذن $AJ=\frac{1}{2}AO$

* $AO=2AJ$.

* OBDA متوازي الأضلاع إذن $AO=BD$

$BD=2AJ$.

$AJ=\frac{1}{2}BD$

$\frac{AJ}{BD}=\frac{1}{2}$

في مثلث إذا كان منتصف أحد الأضلاع يبعد نفس البعد عن الرؤوس الثلاثة فإن المثلث قائم والضلع المذكور هو الوتر.

في المثلث OKC لدينا B منتصف $[OC]$ (O مناظرة C بالنسبة لـ B) $OB = BC = 4cm$.

$BK = \frac{2}{3} AB = \frac{2}{3} \times 6 = \frac{12}{3} = 4cm$

في المثلث OKC. B منتصف $[OC]$ و $BO = BC = BK = 4cm$

إذن المثلث OKC قائم في K ومنه $(CK) \perp (OK)$